

به نام پروردگار مهربان



حسابان کنکور

دهم | یازدهم | دوازدهم

سید عباس موسوی

مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی



مقدمه

دوستان عزیز سلام!

بی مقدمه میرم سر اصل مطلب! اصل مطلب اینه که چند ماهه دیگه، یه آزمون خیلی خیلی مهم، پیش رو داری که به احتمال بالای ۵۰ درصد، در جهت گیری زندگی و شغل آینده ات تأثیر میذاره. آزمونی که کمی تا حدودی نامردیه و عادلانه نیست. در «کنکور» شاید اولین اشتباهت، آخرین اشتباه باشه، برای همین باید تا جایی که میشه از اشتباهات کم کنی، مخصوصاً اشتباهات محاسباتی!! (زدم تو خال، درسته؟ 😊)

کتاب «لقمه حسابان کنکور» میخواد تمام مطالبی رو که به اونا احتیاج داری تا از پس سؤالات بر بیای، به طور خیلی خیلی جمع و جور و حساب شده و همراه بهتون هدیه کنه.

من از این که به مطلب و نکته جدیدی احتیاج نداری مطمئنم ولی از این که به حل تست های بیشتری برای تسلط، احتیاج نداشته باشی، نه! چرا که در قالب «وعده» و «چاشنی» مطالب رو به صورت کپسولی و مؤثر، به خوردتون می دیم 😊 ولی به علت محدودیت صفحات و حجم بالای مطالب، تست های مهم کنکوری (اکثراً از سال های اخیر) و تعدادی از تست های نکته دار رو به عنوان مثال حل کردم و در هر صورت امید دارم نمودار مسیر حرکت شما در زندگی، نموداری اکیداً صعودی - و نه صعودی - باشه.

تشکر و سپاس

در اینجا لازم می‌دانم از تمام عزیزانی که در آماده‌سازی این کتاب تلاش کرده‌اند، قدردانی کنم:

- جناب آقای احمد اختیاری مدیر محترم و توانمند انتشارات
- جناب آقای محمد حسین انوشه مدیر فرهیخته شورای تألیف انتشارات
- جناب آقای عباس اشرفی مدیر باتدبیر گروه ریاضی
- سرکار خانم دنیا سلیمی مسئول ویراستاری
- جناب آقای مهرانوش رضوی ویراستار علمی
- گروه تولید خستگی‌ناپذیر انتشارات به مدیریت سرکار خانم سمیرا سیاوشی
- گروه هنری خلاق انتشارات به مدیریت جناب آقای محسن فرهادی و همه عزیزانی که در تهیه این کتاب ما را همراهی کردند.

ارادتمند شما

سید عباس موسوی

فهرست

- | | | |
|-----|--------|-----------------------------|
| ۷ | فصل ۱ | یادآوری |
| ۱۴ | فصل ۲ | الگو و دنباله |
| ۲۷ | فصل ۳ | معادلات گنگ و گویا |
| ۳۲ | فصل ۴ | آشنایی با هندسه تحلیلی (خط) |
| ۴۱ | فصل ۵ | قدر مطلق |
| ۵۵ | فصل ۶ | معادله و تابع درجه ۲ |
| ۶۹ | فصل ۷ | توابع نمایی و لگاریتمی |
| ۹۱ | فصل ۸ | مثلثات |
| ۱۲۹ | فصل ۹ | تابع |
| ۱۶۹ | فصل ۱۰ | حد و پیوستگی |
| ۲۱۵ | فصل ۱۱ | مشتق |
| ۲۴۳ | فصل ۱۲ | کاربرد مشتق |
| ۲۶۸ | | سوالات کنکور ۹۸ |
| ۲۹۱ | | فرمول‌نامه |

فصل ۳

معادلات گنگ و گویا

وعده ۱



معادلات شامل عبارات گویا

برای حل معادلات گویا (معادلاتی که متغیر در مخرج کسر ظاهر می‌شود) طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب کرده و جواب را پیدا می‌کنیم.

تذکره ۱: جواب‌ها باید مخرج هیچ کسری را صفر نکنند.

۲: جواب‌ها باید با عالم واقعیت مطابقت داشته باشند، مثلاً زمان و فاصله‌ها منفی نباشند.

تست: معادله $\frac{1}{x-4} + \frac{2}{x+4} = \frac{x+8}{x^2-16}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

پاسخ: گزینه «۲»

کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها، عبارت $x^2 - 16$ است، پس:

$$(x^2 - 16) \left(\frac{1}{x-4} + \frac{2}{x+4} \right) = \left(\frac{x+8}{x^2-16} \right) (x^2 - 16)$$

$$\Rightarrow x + 4 + 2(x-4) = x + 8 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$x = 6$ قابل قبول است، زیرا مخرج هیچ کسری را صفر نمی‌کند.



🕒 **تست:** اگر بخواهیم ۳۰۰ گرم آب نمک ۵ درصدی را به آب

نمک ۸ درصدی تبدیل کنیم، چند گرم آب باید تبخیر شود؟

(۱) ۱۱۲/۵ (۲) ۱۱۱/۵ (۳) ۱۱۵/۲ (۴) ۱۱۰/۵

پاسخ گزینه «۱»

فرض کنید x گرم آب تبخیر شود تا درصد نمک محلول به ۸ درصد برسد. در این حالت میزان نمک تغییری نمی‌کند، از این رو ابتدا مقدار نمک موجود در محلول ۵ درصدی را پیدا می‌کنیم:

$$300 \times \frac{5}{100} = 15 \text{ gr}$$

$$\frac{\text{گرم نمک}}{\text{کل محلول}} = \frac{15}{300 - x} = \frac{8}{100}$$

باید داشته باشیم:

طرفین را در $100(300 - x)$ ضرب می‌کنیم:

$$1500 = 2400 - 8x \Rightarrow 8x = 900$$

$$\Rightarrow x = \frac{900}{8} \text{ gr} = 112.5 \text{ gr}$$

۱۱۲/۵ گرم آب باید تبخیر شود.

🕒 **تست:** در معادله $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3$ حاصل ضرب ریشه‌ها

(ریاضی ۸۵)

کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ گزینه «۳»

طرفین معادله را در $x(x-2)$ ضرب می‌کنیم:

$$x^2 + x - 2 = 3x(x-2) \Rightarrow 2x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{2} = 1$$

تذکر: اعداد $x = 0$ و $x = 2$ (ریشه‌های مخرج) ریشه‌های معادله

اخیر نمی‌باشند.



تست: یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟ (ریاضی خارج ۹۲)

(۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

پاسخ گزینه «۳»

ابتدا میزان رنگ خالص موجود در هر نوع را پیدا می‌کنیم تا میزان رنگ خالص پس از مخلوط شدن آن‌ها به دست آید.

$$\begin{cases} \frac{40}{100} \times 11 = 4/4 \text{ kg} \\ \frac{70}{100} \times 4 = 2/8 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow 4/4 + 2/8 = 7/2 \text{ kg}$$

فرض کنید با تبخیر محلول، x کیلوگرم از ۱۵ کیلوگرم رنگ کم شود،

$$\frac{7/2}{15-x} = \frac{50}{100} \Rightarrow 14/4 = 15-x \Rightarrow x = 0/6 \text{ kg} \quad \text{پس:}$$

وعده ۲

معادلات شامل عبارتهای گنگ



برای حل معادلات گنگ (معادلاتی که متغیر در زیر رادیکال ظاهر می‌شود) طرفین معادله را به توان رسانده (معمولاً به توان فرجه‌ها یا کم فرجه‌ها) تا رادیکال‌ها از بین بروند، سپس جواب‌های حاصل را در معادله اصلی امتحان می‌کنیم؛ زیرا با به توان رساندن طرفین معادله، ممکن است ریشه اضافی تولید شود.

فصل ۴

آشنایی با هندسه تحلیلی

وعدۀ ۱

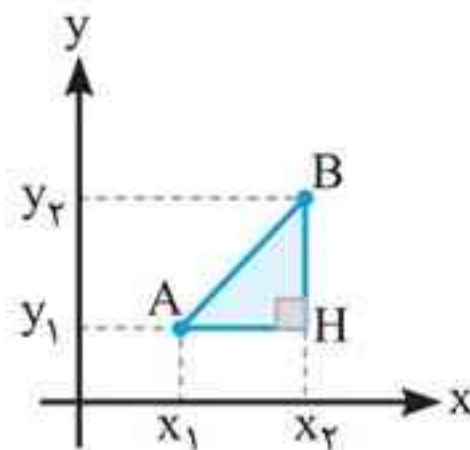
فاصله بین دو نقطه



فاصله بین دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ در صفحه مختصات برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

رابطه فوق از نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث AHB به دست می آید.



یادداشت: معادله خط با شیب a و عرض از مبدأ b برابر $y = ax + b$ است.

۲ تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد، برابر شیب خط است.

۳ اگر زاویه بین دو خط متقاطع $y = ax + b$ و $y = a'x + b'$ α باشد، در این صورت داریم:

$$\tan \alpha = \left| \frac{a - a'}{1 + aa'} \right|$$

۴ سه نقطه از یک صفحه مانند $A(x_A, y_A)$ ، $B(x_B, y_B)$ و $C(x_C, y_C)$ روی یک خط راست قرار دارند، هرگاه:

$$m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$$

۵ **تست:** اگر $A(0, 2)$ و $B(-1, -2)$ باشند، معادله عمودمنصف

پاره خط AB کدام است؟

$$2x + 8y = -1 \quad (2)$$

$$8x + 2y = 1 \quad (1)$$

$$2x + 8y = 1 \quad (4)$$

$$8x + 2y = -1 \quad (3)$$

پاسخ گزینه «۲»

عمودمنصف خطی است که بر پاره خطی عمود شده و آن را نصف می کند و هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است. حال اگر مختصات این نقطه را $P(x, y)$ فرض کنیم باید داشته باشیم:

$$PA = PB$$

داشته باشیم:

لذا:

$$\sqrt{(0-x)^2 + (2-y)^2} = \sqrt{(-1-x)^2 + (-2-y)^2}$$

با به توان دو رساندن و ساده کردن عبارت خواهیم داشت:

$$2x + 8y = -1$$

۶ **چاشنی:** شرط عمود بودن دو خط

اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیبهای m و m' بر هم عمود باشند، آن گاه $m \cdot m' = -1$ و برعکس.

فصل ۷

توابع نمایی و لگاریتمی

وعدۀ ۱



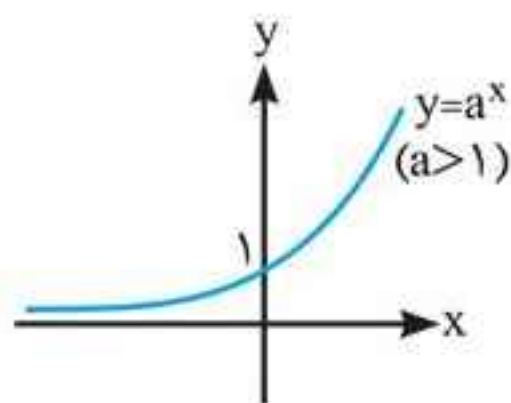
بررسی تابع نمایی $f(x) = a^x$

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع نمایی می‌نامیم، مانند تابع $f(x) = 2^x$ ، $f(x) = \pi^x$ و $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.

در حالت کلی هر تابع با ضابطه $f(x) = ka^x$ ، رفتار نمایی دارد ($a > 0$ ، $a \neq 1$ و $k \neq 0$)، مانند توابع $f(x) = 3 \times 5^x$ و $f(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^{x+1}$.

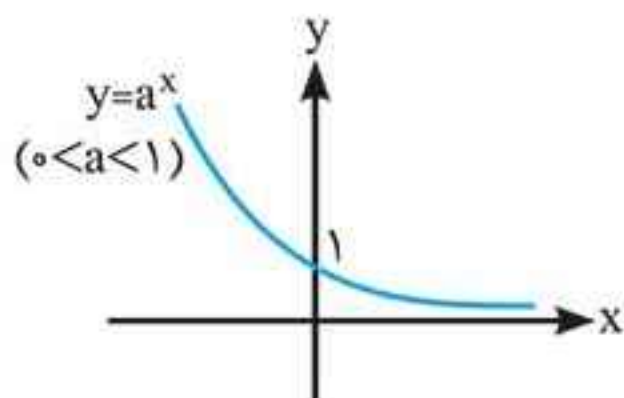
نمودار تابع نمایی به دو شکل زیر می‌تواند باشد:

ویژگی‌ها:



- ۱ تابع از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد.
- ۲ تابع اکیداً صعودی است.
- ۳ تابع یک‌به‌یک است.
- ۴ تابع همواره مثبت است.
- ۵ $D_f = \mathbb{R}$ ، $R_f = (0, +\infty)$

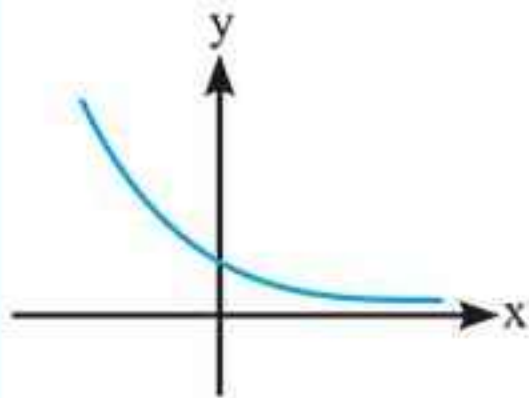
ویژگی‌ها:



- ۱ تابع از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد.
- ۲ تابع اکیداً نزولی است.
- ۳ تابع یک‌به‌یک است.
- ۴ تابع همواره مثبت است.
- ۵ $D_f = \mathbb{R}$ ، $R_f = (0, +\infty)$



🔗 **تست:** نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{m-2}{m+1}\right)^x$ به صورت مقابل



است. محدوده m کدام است؟

(۱) $m > 2$

(۲) $m > -1$

(۳) $-1 < m < 2$

(۴) $m < 2$

پاسخ گزینه «۱»

نمودار تابع اکیداً نزولی است، پس پایهٔ تابع نمایی باید بین صفر و یک باشد:

$$0 < \frac{m-2}{m+1} < 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-2}{m+1} > 0 & \text{①} \\ \frac{m-2}{m+1} < 1 & \text{②} \end{cases}$$

برای حالت ① داریم:

m	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$\frac{m-2}{m+1}$	$+$	0	$-$	$+$

$$\Rightarrow m < -1 \text{ یا } m > 2$$

حالت ② را در نظر بگیرید:

$$\frac{m-2}{m+1} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{-3}{m+1} < 0 \Rightarrow m+1 > 0 \Rightarrow m > -1$$

$m > 2$

اشتراک نواحی فوق برابر است با:

🔗 **تست:** داخل فیلتر تصفیه کننده‌ای لایه‌هایی وجود دارد که هر کدام

حدود ۲۵ درصد ناخالصی‌ها را حذف می‌کند. چند لایه داخل دستگاه

قراردهیم تا بیش از ۷۵ درصد از ناخالصی‌ها از بین برود؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ گزینه «۴»

در هر لایه ۲۵ درصد از ناخالصی‌ها حذف می‌شود و ۷۵ درصد باقی می‌ماند، پس با قرار دادن n لایه $(0.75)^n \times 100$ درصد ناخالصی در آب می‌ماند. پس $(0.75)^n \times 100$ باید کمتر از ۲۵ درصد باشد تا ۷۵ درصد ناخالصی از بین رفته باشد.

$$(0.75)^n \times 100 \leq 25 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 3^n \leq 4^{n-1}$$

حال با عددگذاری در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$n = 4 \Rightarrow 3^4 \leq 4^3 \quad \times$$

$$n = 5 \Rightarrow 3^5 \leq 4^4 \quad \checkmark$$

پس حداقل ۵ لایه لازم است تا بیش از ۷۵ درصد ناخالصی‌ها از بین برود.

وعده ۲

ویژگی‌های تابع نمایی



اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و مخالف یک و x و y دو عدد حقیقی باشند، داریم:

۱ $a^0 = 1$

۵ $a^x \times b^x = (ab)^x$

۲ $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

۶ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$

۳ $a^x \times a^y = a^{x+y}$

۷ $(a^x)^y = a^{xy}$

۴ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

۸ $a^x = a^y \xleftrightarrow[a \neq 1]{a > 0} x = y$



۱ تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ هموگرافیک است هرگاه: $c \neq 0$ و $ad - bc \neq 0$.

۲ مجانب قائم: $x = -\frac{d}{c}$ و مجانب افقی: $y = \frac{a}{c}$.

۳ محل برخورد مجانب‌ها، مرکز تقارن تابع است، یعنی:

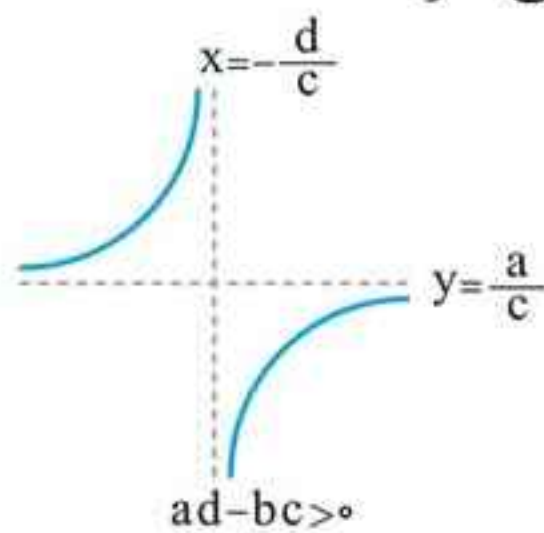
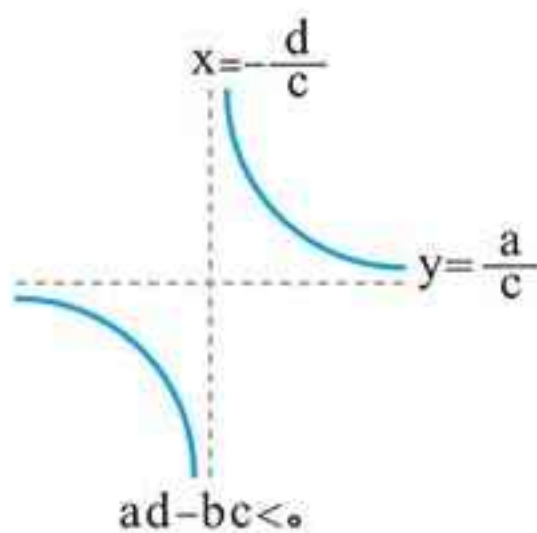
$$w = \left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right) = \text{مرکز تقارن}$$

۴ مشتق تابع به صورت $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$ است و بیانگر این

مطلب است که شاخه‌ها یا اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی (هرچند تابع در \mathbb{R} یکنوا نیست).

۵ تقعر تابع در مجانب قائم آن عوض می‌شود ولی تابع نقطه عطف ندارد (پیوسته نیست).

۶ تابع دارای دو محور تقارن به شیب‌های ۱ و -۱ است که از مرکز تقارن می‌گذرند.





تست: خط به معادله $y = x + 4$ ، محور تقارن منحنی تابع

با ضابطه $y = \frac{(2a-1)x+3}{2x+a}$ است. عرض از مبدأ محور تقارن

(ریاضی ۸۹)

دیگر آن، کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ گزینه «۳»

مرکز تقارن تابع که محل برخورد مجانب‌های تابع است را می‌یابیم و در معادله محور تقارن قرار می‌دهیم:

$$\text{مجانِب قائم: } 2x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-a}{2}$$

$$\text{مجانِب افقی: } y = \frac{2a-1}{2} = a - \frac{1}{2}$$

$$\text{مرکز تقارن: } w\left(-\frac{a}{2}, a - \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a - \frac{1}{2} = -\frac{a}{2} + 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow w\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

محور تقارن دیگر تابع به صورت زیر است که مرکز تقارن در آن

$$y = -x + b \Rightarrow \frac{5}{2} = -\left(-\frac{3}{2}\right) + b \Rightarrow b = 1$$

صدق می‌کند:

وعدۀ ۱۰

ارتباط بین نمودارهای f و f'



۱ در محدوده‌ای که f پیوسته و صعودی است، f' مثبت است و بالای محور x هاست و برعکس.

۲ در محدوده‌ای که f پیوسته و نزولی است، f' منفی است و زیر محور x هاست و برعکس.

۳ در نقاط اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر f ، f' صفر است بنابراین در ریشه‌های f' که محور x ها را قطع می‌کنند، f دارای اکسترمم نسبی است و برعکس.

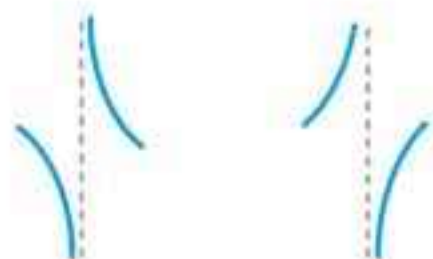
۴ در بازه‌ای که f' صعودی است تقعر f رو به بالا و در بازه‌ای که f' نزولی است تقعر f رو به پایین است، بنابراین اکسترمم‌های f' عطف تابع f هستند. اگر f' روی محور x ها دارای اکسترمم نسبی باشد، این نقطه، عطف افقی f است و اکسترمم‌های غیرواقعی بر محور x ها، عطف مایل f خواهند بود.

۵ در نقاط مشتق‌ناپذیر f (ناپیوستگی، گوشه، عطف قائم و بازگشتی)، تابع مشتق تعریف نشده است:

الف در نقطه عطف قائم f ، f' به یکی از دو صورت زیر می‌تواند باشد:



ب در نقطه بازگشتی f ، f' دارای انفصال ساده است و به یکی از دو صورت زیر می‌تواند باشد:



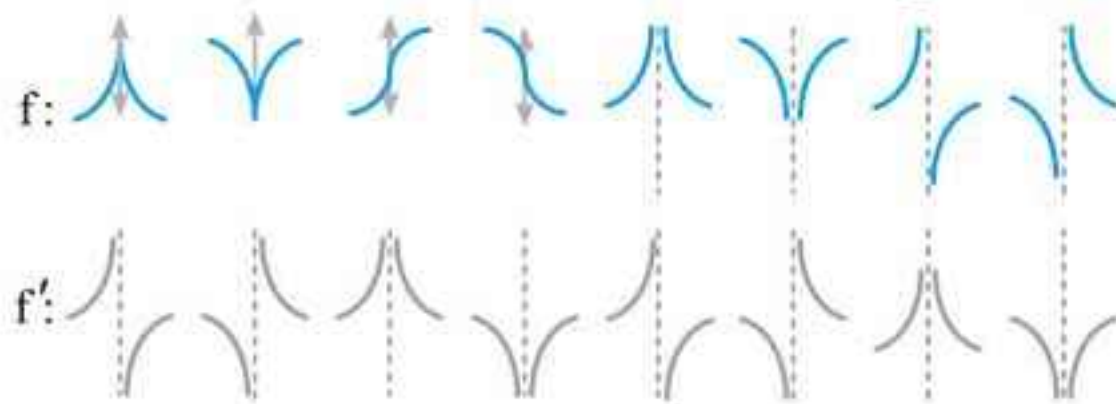
پ در نقطه گوشه f ، حدهای چپ و راست f' نابرابر است.

۶ اگر f دارای مجانب قائم $x = a$ باشد، f' نیز در $x = a$ دارای مجانب قائم است فقط نوع انفصال عوض می‌شود.

۷ اگر $y = a$ مجانب افقی تابع f باشد آن‌گاه $y = 0$ مجانب افقی نمودار f' است.



به طور خلاصه یعنی:



وعدۀ ۱۱



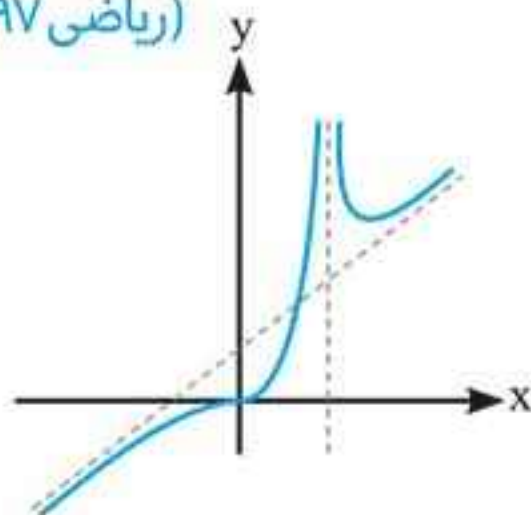
رسم نمودار تابع (نمودارشناسی)

برای رسم نمودار یک تابع مراحل زیر را طی می‌کنیم.

- ۱ تعیین دامنه تابع
- ۲ تعیین مجانب‌های تابع و رفتار تابع در $\pm\infty$
- ۳ تعیین علامت f' و تشکیل جدول تغییرات که شامل علامت f' ، رفتار f و مجانب‌های قائم و افقی (در صورت وجود) است.
- ۴ محل برخورد با محورهای مختصات
- ۵ تعیین علامت f'' ، جهت تقعر تابع و نقاط عطف (در صورت وجود)

۵ تست: شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3 + ax^2}{x^2 + bx + 1}$ است.

(ریاضی ۹۷)



مقدار مینیمم نسبی تابع کدام است؟

۱) ۴/۵

۲) ۶

۳) ۶/۲۵

۴) ۶/۷۵

پاسخ گزینه «۴»

نمودار تابع فقط یک بار محور طول‌ها را قطع کرده است، پس فقط یک ریشه دارد:

$$x^3 + ax^2 = 0 \Rightarrow x^2(x+a) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = -a \Rightarrow -a = 0 \Rightarrow a = 0$$

(تابع در $x = 0$ دارای عطف افقی است، پس باید عامل $(x-0)^{2n+1}$ در صورت داشته باشد، یعنی $a = 0$.)

تابع دارای مجانب قائم است که در هر دو همسایگی چپ و راست آن به $+\infty$ میل کرده است، پس دارای ریشه مضاعف در مخرج است (طول ریشه مضاعف نیز مثبت است)

$$x^2 + bx + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b = \pm 2 \\ -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow -\frac{b}{2} > 0 \Rightarrow b < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

مشتق تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{3x^2(x-1)^2 - 2(x-1)x^3}{(x-1)^4}$$

طول مینیمم نسبی

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2(x-1)(x-3)}{(x-1)^4} = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow f(3) = \frac{27}{4} = 6.75$$

تذکره: هر چند که y' در $x = 1$ تغییر علامت می‌دهد ولی اکسترمم نسبی نیست؛ زیرا در دامنه تابع نیست و تابع دارای مجانب قائم است.

سؤالات کنکور ۹۸

کنکور سراسری ۹۸

۱. در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۲. اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۱

۳. به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی است؟

- (۱) $-2 < m < 2/5$ (۲) $-2 < m < 3/5$

- (۳) $-1 < m < 3/5$ (۴) $-1 < m < 2/5$

۴. نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

- (۱) (۳، ۴) (۲) (۲، ۵) (۳) (۳، ۵) (۴) (۲، ۶)

۵. مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

- (۱) ۷۲۱ (۲) ۷۲۸ (۳) ۷۳۵ (۴) ۷۴۲



پاسخنامه کنکور سراسری ۹۸

۱. گزینه «۴»

روزنامه دیواری $n(B) = 12$ ، ورزش $n(A) = 16$ ، $n(S) = 39$

$$n(A - B) = 9 \Rightarrow \underbrace{n(A)}_{16} - n(A \cap B) = 9$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 7$$

نه ورزش و نه روزنامه: $n(A' \cap B') = n(S) - n(A \cup B)$

$$= 39 - (16 + 12 - 7) = 39 - 21 = 18$$

۲. گزینه «۲»

$$A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{8^3 \sqrt{2}} \times 2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{2^{10}} \times 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^2 = 4$$

$$(2A)^{-\frac{1}{2}} = 8^{-\frac{1}{2}} = (2^3)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

۳. گزینه «۳»

$$\Delta' > 0 \Rightarrow 3^2 - (2m - 1)(m - 2) > 0$$

$$\Rightarrow 9 - 2m^2 + 4m + m - 2 > 0 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 < 0$$

$$\xrightarrow{b=a+c} m = -1 \text{ یا } \frac{7}{2}$$

m	-1	3/5	
P	+	-	+

$$\Rightarrow -1 < m < 3/5$$



کنکور خارج از کشور ۹۸

۱. در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۲. اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} (12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳. به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ همواره پایین محور x ها است؟

- (۱) $1 < m < 5$ (۲) $2 < m < 5$

- (۳) $2 < m < 4$ (۴) $2 < m < 6$

۴. نمودار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور x ها است؟

- (۱) $(-5, 2)$ (۲) $(-5, 3)$ (۳) $(-2, 3)$ (۴) $(-2, 5)$

۵. با توجه به دنباله حسابی، مجموع زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$$

- (۱) $0/15$ (۲) $0/18$ (۳) $0/24$ (۴) $0/25$

پیوست فرمول‌نامه

فصل ۱

۱ اتحادها:

الف $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ مربع دو جمله‌ای

ب $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ مزدوج

ج $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ جمله مشترک

ت $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ مکعب دو جمله‌ای

ث $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$ چاق و لاغر

۲ قوانین رادیکال‌ها ($n > 1, m, n \in \mathbb{N}$)

الف $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} (a > 0)$ ب $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

ج $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} (b \neq 0)$ ت $\sqrt[n]{m} \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a}$

ث $\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}$

۳ قوانین توان:

الف $a^0 = 1$ ب $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ج $a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0)$ ت $a^m \times b^m = (ab)^m$

ث $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m (b \neq 0)$



فصل ۲

۱ مجموع n جمله اول دنباله حسابی:

$$S_n = \frac{n}{2} (2 \underbrace{a_1}_{\text{جمله اول}} + (n-1)d) = \frac{n}{2} (\underbrace{a_1}_{\text{جمله اول}} + \underbrace{a_n}_{\text{جمله آخر}})$$

۲ مجموع n جمله اول دنباله هندسی:

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q} \quad (q \neq 1)$$

۳ قانون اندیس‌ها:

$$\text{دنباله حسابی: } m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$$

$$\text{دنباله هندسی: } m + n = h + k \Rightarrow a_m \cdot a_n = a_h \cdot a_k$$

فصل ۳

۱ حل معادلات گویا:

الف دو طرف معادله را در مخرج مشترک کسرها ضرب می‌کنیم.

ب عبارت به دست آمده را حل می‌کنیم. جواب‌ها باید مخرج هیچ کسری را صفر نکنند و با عالم واقعیت مطابقت داشته باشند.

۲ حل معادلات گنگ:

الف دو طرف معادله را به توان فرجه مشترک رادیکال‌ها می‌رسانیم.

ب با حل عبارت به دست آمده، جواب‌ها را در معادله اصلی امتحان می‌کنیم، زیرا ممکن است که ریشه اضافی تولید شود.